

Dr.-Ing. Birger Jaeschke, Lorch Schweißtechnik GmbH, Auenwald, Deutschland, 10.03.2016 Prof. Dr.-Ing. habil. Johannes Kruscha, Brandenburgische Technische Universität Cottbus-Senftenberg

Die korrekte elektrische Leistungsbestimmung von Lichtbogenschweißprozessen stellt den mit der Aufgabe betrauten fügetechnischen Anwender vor das Problem, hierfür keine geeigneten elektrischen Messgeräte zu besitzen.

In diesem Fachbeitrag wird die Methodik der Nutzung von relativ einfach bestimmbaren Kennwerten zur elektrischen Modellparameter- und Leistungsbestimmung von kurzschlussbehafteten dynamischen Lichtbogenschweißprozessen diskutiert. Der entstehende Fehler der klassischen Leistungsberechnung aus dem Produkt der Mittelwerte von Spannung und Strom auch für klassische ungeregelte lineare Schweißstromquellen wird hergeleitet. Symmetriebetrachtungen zeigen Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen kurzschlussfreien und kurzschlussbehafteten Lichtbogenschweißprozessen. Die Grenzen der einfachen Methoden zur Leistungs- und Modellparameterbestimmung kurzschlussbehafteter dynamische Lichtbogenschweißprozesse werden dabei deutlich.

Herausforderungen der elektrischen 1 Leistungsbestimmung

Die Bestimmung der von der Schweißstromquelle in den Lichtbogenschweißprozess über den Schweißstromkreis eingebrachten elektrischen Leistung, vergl. Bild 1, ist für viele Zwecke erforderlich:

- Ermittlung von Streckenenergie, Wärmeeinbringung [2];
- Verifizierung der Schweißung hinsichtlich vorgegebener Leistungsparameter;
- Einschätzung des Energieverbrauchs des Fügeprozesses.



Stromquelle

Bild 1: Schweißstromkreis

Als allgemeine Definition der elektrischen Leistung P gilt das Produkt aus Spannung U und Strom I. Für zeitvariante Größen gilt dann: $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ (G.1)

Für die in den Lichtbogen eingebrachte elektrische Leistung wird sehr häufig für einen bestimmten Bereich der Schweißnaht nur ein Zahlenwert betrachtet, dies ist der arithmetische Mittelwert der elektrischen Leistung.

Wenn der Bereich durch das Zeitfenster t1 bis t2 begrenzt wird, gilt für die mittlere elektrische Leistung:

LORCH

$$\overline{P} = \frac{1}{t2 - t1} \int_{t1}^{t2} p(t) dt$$
 (G.2)

Diese korrekte Bestimmung der elektrischen Leistung nach (G.1) und (G.2) ist mit geeigneten Messgeräten möglich, wobei dabei Spannung und Strom zu jedem Zeitpunkt gleichzeitig gemessen werden müssen. Bei der Wahl der Zeitspanne t1 bis t2 wird die spätere Verwendung des Mittelwertes in die Überlegungen einbezogen. Für Anzeigezwecke kann dies z.B. eine Sekunde sein.

Auf Grund der Einfachheit der Messung werden im Allgemeinen nur die arithmetischen Mittelwerte von Schweißprozessspannung und Lichtbogenstrom bestimmt. Sie finden sich auch in den Soll- und Istwert-Anzeigen der Schweißstromquelle und in Schweißverfahrensprüfungen und Schweißanweisungen. Rechnerisch werden sie bestimmt durch

$$\overline{U} = \frac{1}{t2 - t1} \int_{t1}^{t2} u(t) dt \quad (G.3)$$
$$\overline{I} = \frac{1}{t2 - t1} \int_{t1}^{t2} i(t) dt \quad (G.4).$$

Es ist aber ein Irrtum zu glauben, dass der Mittelwert \overline{P} allgemein aus dem Produkt der Mittelwerte \overline{U} und \overline{I} entsteht, denn das Integral in (G.2) mit (G.1) ist mathematisch nicht wie



erforderlich aufteilbar und es gilt mit besonderem Hinweis auf die Ungleichheit:

$$\int_{t_1}^{t_2} [u(t) \cdot i(t)] dt \neq \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt \cdot \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt \quad (G.5).$$

Eine korrekte Leistungsbestimmung durch das Produkt der Mittelwerte von Spannung und Strom ist für dynamische Lichtbogenschweißprozesse also allgemein zunächst nicht mathematisch begründet. Mit dem Begriff "dynamisch" sind hier Lichtbogenschweißprozesse gemeint, bei denen Strom und Spannung sich im zeitlichen Prozessverlauf verändern.

2 Leistungsbestimmung "klassischer" MSG-Schweißstromquellen mit arithmetischen Mittelwerten

2.1 Konstanter Wert und arithmetischer Mittelwert

Unter Annahme einer besonderen Bedingung u(t) = konstant = U ergibt sich nun durch Einsetzen in (G.5) für den linken Term:

$$\int_{t_1}^{t_2} [u(t) \cdot i(t)] dt = U \cdot \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$$
 (G.6).

Die Spannung in (G.6) ist bereits ein Mittelwert, denn der Einsatz der Annahme u(t) = konstant = U in (G.3) und Lösen des Integrals ergibt unmittelbar:

$$\overline{U} = U \qquad (G.7).$$

Aus (G.6), (G.7), (G.1) und (G.2) ergibt sich nun für die mittlere Leistung:

$$\overline{P} = \overline{U} \cdot \frac{\int_{t_1}^{t_2} i(t)dt}{t_2 - t_1} \quad \text{wenn } u(t) = \text{konstant}$$
(G.8).

Die Definition des Strommittelwertes nach (G.4) ist in (G.8) anwendbar, so dass für konstante Spannungswerte und zeitlich veränderliche Stromwerte letztendlich gilt:

$$\overline{P} = \overline{U} \cdot \overline{I}$$
 wenn $u(t) = \text{konstant}$ (G.9).

Eine nach (G.6) bis (G.9) ähnliche Betrachtung kann auch für konstante Stromwerte und zeitlich veränderliche Spannungswerte gemacht werden. Dann gilt:

$$\overline{P} = \overline{U} \cdot \overline{I}$$
 wenn $i(t) = \text{konstant}$ (G.10).

Verallgemeinert ergibt das Produkt der Mittelwerte von U und I also dann mathematisch korrekt den Mittelwert von P, wenn wenigstens einer der beiden Multiplikatoren u(t) und i(t) zeitinvariant ist und damit zu jedem Zeitpunkt seinem eigenen Mittelwert entspricht.

Lichtbogenschweißprozesses mit weitgehend konstantem Strom sind im Bereich WIG zu finden. Für sie ist (G.10) mit gutem Gewissen anwendbar.

2.2 Spannungsquelle mit ohmschem Widerstand

Eine wirklich konstante, also vom Strom unabhängige, Spannung am Ausgang eine Schweißstromquelle tritt in der Realität kaum auf. Meistens sinkt die Spannung bei steigendem Stromfluss zumindest ein wenig. Dies entspricht dem Verhalten einer konstanten Spannungsquelle mit einem in Reihe geschalteten Widerstand. Wenn ein ohmscher Widerstand R_i in Reihe geschaltet ist zu einer konstanten Spannungsquelle U_{K} , vergl. **Bild 2**, dann ergibt sich für den arithmetischen Mittelwert an den Ausgangsbuchsen:

$$\overline{U} = \frac{1}{t2 - t1} \int_{t1}^{t2} [U_K - R_i \cdot i(t)] dt$$
(G.11)





 $U_{\rm K}$ und $R_{\rm i}$ werden als konstant definiert, so dass mit (G.4) gilt:

$$\overline{U} = U_{K} - \frac{R_{i}}{t2 - t1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} i(t)dt = U_{K} - R_{i} \cdot \overline{I}$$
(G.12)



Eine den Schweißprozess speisende Quelle dieser Art kann als "linear" bezeichnet werden, denn die Ausgangsspannung hängt linear vom Ausgangsstrome ab.

$$U_{K} = \overline{U} + R_{i} \cdot \overline{I} \qquad (G.13)$$

Die von der Spannungsquelle $U_{\rm K}$ abgegebene Leistung ergibt sich nach (G.9) mit:

$$\overline{P}_{UK} = U_K \cdot \overline{I} = (\overline{U} + R_i \cdot \overline{I}) \cdot \overline{I}$$
(G.14)
$$\overline{P}_{UK} = \overline{U} \cdot \overline{I} + R_i \cdot \overline{I}^2$$
(G.15)

Der durch den Innenwiderstand R_i fließende Strom i(t) führt zu einer Erwärmung, welche als Verlustleistung P_{VR} an die Umgebung abgegeben wird. Zur Berechnung wird der quadratische Mittelwert des Stromes (Effektivwert) benötigt, der definiert ist mit:

$$\tilde{I} = \sqrt{\frac{1}{t2 - t1}} \int_{t1}^{t^2} i(t)^2 dt$$
 (G.16)

Es gilt: $\overline{P}_{VR} = R_i \cdot \tilde{I}^2$ (G.17)

Gemäß dem Energieerhaltungssatz wird an den Ausgangsklemmen eine mittlere Leistung abgegeben, welche sich aus der von der konstanten Spannungsquelle gelieferten Leistung \overline{P}_{UK} abzüglich der Verlustleistung \overline{P}_{VR} des inneren Widerstandes R_i ergibt:

$$\overline{P} = \overline{P}_{UK} - \overline{P}_{VR} \tag{G.18}$$

Mit (G.18), (G.15) und (G.17) ergibt sich dann für die mittlere Ausgangsleistung einer Spannungsquelle mit ohmschem Widerstand:

$$\overline{P} = \overline{U} \cdot \overline{I} - R_i \cdot \left(\widetilde{I}^2 - \overline{I}^2 \right) \qquad (G19).$$

2.3 Ideale Induktivität

Um reale Schweißstromquellen für Schweißen kurzschlussbehafteter dynamischer Lichtbogenschweißprozesse betrachten zu können, muss der Begriff der Drossel bzw. Induktivität hier eingeführt werden.

Die meisten dynamischen MSG-Schweißprozesse weisen zyklische Veränderungen im Stromverlauf i(t) auf, bei denen zu einem Zeitpunkt t_1 ein Stromwert i_1 messbar ist (in **Bild 3** Arbeitspunkt 1, 2), dann der Strom sich im Laufe der Zeit mehrmals ändert, um dann zu einem späteren Zeitpunkt wieder exakt denselben Wert wie i_1 zu erreichen. Dieser spätere Zeitpunkt soll mit t_2 bezeichnet werden und für den zugeordneten Stromwert gilt $i_2=i_1$.



Bild 3: Wirkung der Drossel im zeitlichen Verlauf von Schweißspannung u(t) und Schweißstrom i(t) eines nicht-idealisierten Prozesses mit kurzschlussbehaftetem Werkstoffübergang (Punkte 2 zu 3)

Zwischen t_1 und t_2 kann der Strom i(t) deutlich andere Werte annehmen, zum Beispiel zum Zeitpunkt t_{12} den Wert i_{12} (in **Bild 3** Arbeitspunkt 3, 4). Die Selbstinduktionsspannung u_L in Richtung des durchfließenden Stromes i(t) einer idealen Induktivität L ergibt sich aus:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{dl(t)}{dt}$$
 (G.20).

Beide Seiten zeitlich integriert ergeben:

$$\int u_L(t)dt = \int L \cdot \frac{di(t)}{dt} dt \qquad (G.21).$$

Es folgt unmittelbar:

$$\int_{t_1}^{t_2} u_L dt = \int_{i(t_1)}^{i(t_2)} L di$$
 (G.22).

Mit der Bedingung einer konstanten Induktivität:

$$L_1 = L_2 = L$$
 (G.23)

gilt:

$$\int_{t_1}^{t_2} u_L dt = L \cdot \int_{i(t_1)}^{i(t_2)} di \qquad (G.24)$$



$$\int_{t_1}^{t_2} u_L dt = L \cdot [i(t_2) - i(t_1)]$$
 (G.25).

Da $i_1=i_2$ als Bedingung angesetzt ist, ergibt sich:

$$\int_{t_1}^{t_2} u_L(t)dt = 0 \quad \text{wenn} \quad i(t_1) = i(t_2) \quad (G.26).$$

Diese Aussage lässt sich verallgemeinern, weiterhin ähnelt (G.26) stark der Definition des arithmetischen Mittelwertes (G.3), so dass gilt: Über einer konstanten idealen Induktivität ist der Mittelwert der Spannung über ein durch gleiche Stromwerte begrenztes Zeitfenster gleich Null.

Diese konstante ideale Induktivität hat eine weitere besondere Eigenschaft: sie hat keine Verluste, d.h. sie setzt keine Energie in Wärme um.

Die Bedingung (G.26) kann annähernd leicht erfüllt werden, wenn das Zeitfenster der arithmetischen Mittelwertbildung von t_1 bis t_2 recht groß ist, so dass recht viele zyklische Übereinstimmungen von Stromwerten zu unterschiedlichen Zeitpunkten auftreten und die tatsächlichen Werte von $i(t_1)$ und $i(t_2)$ an Signifikanz verlieren. Daher ist es auch vereinfacht möglich, für (G.2), (G.3) und die Bedingung (G.26) von der exakten Integration abweichende Glättungsfunktionen anzuwenden, z.B. durch mittelwertbildende ablesbare Anzeigeinstrumente.

2.4 Spannungsquelle mit Innenwiderstand und Induktivität

Mit den erarbeiteten Grundlagen lässt sich nun das Modell einer Schweißstromquelle entwerfen, welche in seiner Struktur sehr einer klassischen MSG-Schweißstromquelle ähnelt.

Das Modell, vergl. **Bild 4**, besteht einer konstanten Spannungsquelle U_K, gefolgt von einem ohmschen Innenwiderstand R_i und einer idealen Induktivität L und ist über die Ausgangsbuchsen mit dem äußeren Schweißstromkreis verbunden. Die Spannung U wird an den Ausgangsbuchsen gemessen, der Strom i(t) kann an jeder beliebigen Stelle des Schweißstromkreises gemessen werden, da er überall gleich ist.



Bild 4: Modell einer linearen Schweißstromquelle mit einer den dynamischen Stromverlauf beeinflussenden Induktivität L.

Der Innenwiderstand R_i erzeugt eine Neigung der statischen U-I-Kennlinie der Schweißwie für stromauelle, klassische MSG-Schweißstromquellen typisch ist. Weiterhin nimmt er im Modell die ohmschen Verluste einer nicht idealen Schweißstromdrossel auf, welche in der Realität die Induktivität L bildet. Unter Nutzung der Aussage (G.26) kann die Betrachtung der konstanten Induktivität entfallen. Eine den Schweißprozess speisende Quelle dieser Art kann weiterhin als "linear" bezeichnet werden, denn der Mittelwert der Ausgangsspannung hängt linear vom Mittelwert des Ausgangsstromes ab.

$$\overline{U} = U_K - R_i \cdot \overline{I} \qquad (G.27)$$

So lässt sich für das Modell die in den Schweißstromkreis abgegebene Leistung mit (G.19) korrekt berechnen:

$$\overline{P} = \overline{U} \cdot \overline{I} - R_i \cdot \left(\widetilde{I}^2 - \overline{I}^2 \right) \qquad (G.19)$$

Bedingung zur korrekten Anwendung von (G.19) ist eine Schweißstromquelle, welche alle folgenden Eigenschaften aufweist:

- konstante treibende innere Spannung;
- ohmscher Innenwiderstand;
- innere Induktivität ohne energetischen Einfluss auf zeitliche Mittelwerte.

Von einer konstanten Spannungsquelle, gefolgt von einem ohmschen Innenwiderstand und einer idealen Induktivität, wird eine Leistung in den Schweißstromkreis abgegeben, welche sich nach (G.19) als Produkt der an den Ausgangsbuchsen messbaren arithmetischen Mittelwerte von Spannung (G.3) und Strom (G.4) berechnen lässt, vermindert um einen R_i-Term, welcher die statische U-I-Kennlinienneigung und die Differenz zwischen guadratischem und



arithmetischen Mittelwert des Stromes berücksichtigt.

Wenn an einer die obigen Bedingungen erfüllenden Schweißstromquelle zwei unterschiedliche Arbeitspunkte 1 und 2 eingestellt und die arithmetischen Mittelwerte von Spannung und Strom gemessen werden, so ergibt sich aus (G.27):

$$\begin{split} & \overline{U}_1 = U_K - R_i \cdot \overline{I}_1 \qquad (G.56) \\ & \overline{U}_2 = U_K - R_i \cdot \overline{I}_2 \qquad (G.57) \\ & \overline{U}_1 - \overline{U}_2 = R_i \left(\overline{I}_2 - \overline{I}_1 \right) \qquad (G.58) \\ & R_i = \frac{\overline{U}_1 - \overline{U}_2}{\overline{I}_2 - \overline{I}_1} \qquad (G.59) \end{split}$$

Damit ist der Parameter Ri für (G.19) bestimmt und es ist die gesamte Form angebbar:

$$\overline{P} = \overline{U} \cdot \overline{I} - \frac{\overline{U} - \overline{U}_2}{\overline{I}_2 - \overline{I}} \cdot \left(\tilde{I}^2 - \overline{I}^2 \right)$$
(G.60).

2.5 Vereinfachung und Anwendung

Die Beziehung (G.19) ließe sich stark vereinfachen, wenn der R_i-Term $R_i \cdot (\tilde{I}^2 - \bar{I}^2)$ neutralisiert werden könnte. Immerhin besteht in der Praxis seit vielen Jahren die empirische Erfahrung, dass für MSG-Lichtbogenschweißprozesse unter Nutzung einer klassischen Transformatorstromquelle mit Schweißstromdrossel die in den Lichtbogen eingetragene elektrische Leistung mit hinreichender Genauigkeit aus dem Produkt von \overline{U} und \overline{I} berechenbar ist. Etwas abenteuerlich könnte man ausdrücken:

$$P \approx U \cdot I$$
 wenn "Quelle klassisch" (G.28).

Tatsächlich weist eine klassische MSG-Schweißstromquelle typischerweise eine flach fallende statische U-I-Kennlinie und eine reale Schweißstromdrossel auf. Der Fehler von (G.28) gegenüber (G.19) wird umso kleiner, je geringer die statische U-I-Kennlinienneigung (der Wert von R_i) ist.

Weiterhin enthält der R_i -Term die Differenz zweier Stromkennwerte. Mit sinkender Stromdynamik gleichen sich quadratischer und arithmetischer Mittelwert einander an, bis deren Differenz für glatten Gleichstrom Null wird. Der Fehler von (G.28) gegenüber (G.19) wird umso kleiner, je geringer die Stromdynamik ist.

Unter Beachtung der genannten Gründe und Voraussetzungen ist die empirische begründete Anwendung von (G.28) in hinreichender Genauigkeit für klassische MSG-Schweißstromquellen also auch theoretisch plausibel. Dies gilt sowohl für kurzschlussfreie, als auch für kurzschlussbehaftete Lichtbogentypen, die mit derartigen klassischen MSG-Schweißstromquellen gespeist werden.

3 Fehlerbetrachtung

Die von der Schweißstromquelle an den Ausgangsbuchsen abgegebene Leistung kommt nicht vollständig im Lichtbogen an, denn ein Teil der abgegebenen Leistung wird im ohmschen Widerstand R_{K} der Schweißstromkabel zwischen Ausgangsbuchsen und Lichtbogen als Verlustleistung P_{VK} an die Umgebung abgegeben, vergl. **Bild 5**:

$$\overline{P}_{VK} = R_K \cdot \widetilde{I}^2$$
 (G.29).

Alle ohmschen Anteile im Schweißstromkreis von der Stromquellenseite bis zu den Punkten der Spannungsmessung $u_A(t)$ mit dem Mittel-

wert \overline{U}_A sind dem Innenwiderstand R_i für die betrachtete Art der Messung und Leistungsbestimmung funktional und wertmäßig zuzuordnen. Die verbleibenden ohmschen Anteile bis zum Lichtbogenbereich, welche nicht selbst in die Leistungsbilanz des Lichtbogens eingehen, sollen hier pauschal R_K zugeordnet werden.



Bild 5: Modell einer linearen Schweißstromquelle mit einer den dynamischen Stromverlauf beeinflussenden Induktivität L, sowie einem ohmschen Widerstand R_K zwischen Lichtbogenschweißprozess und den Punkten der Spannungsmessung u(t).



Das Residuum der Leistungsbestimmung, d.h. der absolute Fehler \overline{P}_{res} durch (G.28) beträgt damit:

$$\overline{P}_{res} = \overline{P}_{LB} - \overline{U}_A \cdot \overline{I} = -R_i \left(\tilde{I}^2 - \overline{I}^2 \right) - R_K \cdot \tilde{I}^2$$
(G.30)

Der Fehler ist in dieser Betrachtungsrichtung vom Wert immer negativ, d.h.am Lichtbogen wird tatsächlich weniger Leistung umgesetzt, als an den Punkten des Spannungsabgriffs gemessen wird. Dies gilt übrigens auch für (G.2), wobei der Term mit R_i verschwindet und als Residuum $R_{\kappa} \cdot \tilde{I}^2$ bleibt.

Da in (G.30) die Differenz $\tilde{I}^2 - \bar{I}^2$ stets kleiner als \tilde{I}^2 allein ist, führt die Verringerung von R_K durch Versetzen der Messpunkte möglichst nahe an den Lichtbogenbereich selbst auf Kosten der Erhöhung von R_i zu einer Verringerung des absoluten Messfehlers.

Lichtbogenschweißprozesse, welche mit einer elektronischen Schweißstromquelle gesteuert und geregelt werden, weisen in den meisten Fällen eine Spannungs- und Stromdynamik auf, die zwar mit den Gleichungen (G.1) und (G.2) leistungsmäßig bis zu den Punkten der Messung exakt erfasst werden können, bei denen jedoch die Überlegungen zu vereinfachten Messungen nach (G.3) bis (G.30) nicht allgemein anwendbar sind. Denn die Regelungen der Schweißstromquellen können Prinzipien folgen, die zwar den Schweißprozess möglichst optimal führen, jedoch nicht den angenommenen Bedingungen dieses Kapitels entsprechen. Insbesondere die Erfüllung der Beziehungen (G.12) und (G.23) können nicht allgemein angenommen werden.

Natürlich ist es möglich, dass der Hersteller der Schweißstromquelle hierzu eine entsprechende Aussage trifft. Zunächst muss man aber davon ausgehen, dass nicht bekannt ist, ob die Bedingungen für (G.3) bis (G.30) erfüllt sind.

4 Kurzschlussfreie dynamisch gespeiste Lichtbogenschweißprozesse

Für viele Lichtbogenschweißprozesse ist die Bedingung der Konstanz von speisender Spannung oder Strom im Betrachtungszeitfenster der Mittelwertbildung nicht gegeben. Dies gilt insbesondere für gepulste Lichtbogenschweißprozesse, bei denen die Schweißstromquelle sowohl Strom als auch Spannung mit hoher Dynamik in den Schweißstromkreis einspeist.

Für weitere Betrachtungen wird entsprechend der Definition \tilde{I} (G.16) nun auch \tilde{U} als der quadratische Mittelwert (Effektivwert) der Spannung benötigt:

$$\tilde{U} = \sqrt{\frac{1}{t2 - t1}} \int_{t1}^{t^2} u(t)^2 dt$$
 (G.31).

Für kurzschlussfreie Lichtbogenschweißprozesse kann nach [1] vereinfacht ein lineares Lichtbogenmodell mit der Annahme einer annähernd linearen Abhängigkeit der Lichtbogenspannung vom Lichtbogenstrom angenommen werden. Die Kurzschlussfreiheit ist sehr wesentlich dafür. Unter diesen Voraussetzungen kann folgende Näherungsgleichung hergeleitet werden:

$$\overline{P} \approx \overline{U} \cdot \overline{I} + \sqrt{\left(\tilde{U}^2 - \overline{U}^2\right) \cdot \left(\tilde{I}^2 - \overline{I}^2\right)} \quad (G.32).$$

Praktische Messungen in [1] zeigen, dass (G.32) mit einer Ungenauigkeit von etwa +/-5% bei der Bestimmung der Lichtbogenleistung von gepulsten kurzschlussfreien Prozessen angewandt werden kann. Für gepulste kurzschlussfreie Prozesse ist (G.32) damit deutlich genauer, als (G.28).

In [1] wird hergeleitet, dass die Modellparameter für das vereinfachte Lichtbogenmodell kurzschlussfreier Lichtbogenschweißprozesse:

$$U = U_{\text{mod}} = U_{mp} + R_{mp} \cdot I \qquad (G.33)$$

sich recht einfach bestimmen lassen. Für den differenziellen elektrischen Modellwiderstandsparameter R_{mp} ergibt sich:

$$R_{mp} = \sqrt{\frac{\tilde{U}^2 - \bar{U}^2}{\tilde{I}^2 - \bar{I}^2}}$$
 (G.34).

Für den zu $R_{\rm mp}$ äquivalenten linearen Regressionskoeffizienten $R_{\rm rk}$, der auf der Basis des Minimums der Summe der quadratischen Spannungsabweichungen

vom einseitigen linearen Modell: $u(t) = U_0 + R_{rk} \cdot i(t)$ (G.35)

berechnet wird, ergibt sich:

$$R_{rk} = \frac{\overline{P} - \overline{U} \cdot \overline{I}}{\widetilde{I}^2 - \overline{I}^2}$$
(G.36).



Die konstante Modellparameterspannung $U_{\rm mp}$ ist nach [1] bestimmbar mit:

$$U_{mp} = \overline{U} - \overline{I} \cdot \sqrt{\frac{\widetilde{U}^2 - \overline{U}^2}{\widetilde{I}^2 - \overline{I}^2}} \qquad (G.37).$$

Die Gleichungen (G.32) bis (G.37) sind NICHT für kurzschlussbehaftete Lichtbogenschweißprozesse anwendbar.

5 Symmetriebetrachtungen

Aus (G.19) ist während eines dynamischen Schweißprozesses der ohmsche Innenwiderstand einer "klassischen" Schweißstromquelle, d.h. die U-I-Kennlinienneigung der Quelle, mit den Modellparametern nach **Bild 4** ermittelbar. Es ergibt sich aus (G.19):

$$R_i = \frac{\overline{U} \cdot \overline{I} - \overline{P}}{\overline{I}^2 - \overline{I}^2}$$
 (G.38).

Der Innenwiderstand R_i entspricht dem Regressionskoeffizienten der statischen Ausgangskennlinie $u_{SQ} = f_{SQ}(i)$ der Schweißstromquelle, also der statischen U-I-Kennlinienneigung. Eine typische statische Kennlinienneigung von 1.5V pro 100A entspricht einem R_i von 15 Milliohm. Nur bei Schweißprozessen mit hinreichender Stromdynamik ergeben sich Unterschiede zwischen \tilde{I} und \bar{I} , wodurch (G.38) erst anwendbar wird. Dennoch ist (G.38) interessant, da man die statische Kennlinienneigung einer "klassischen" MSG-Schweißstromquelle während dynamischer Prozessverläufe ermitteln kann, indem während des Schweißens die Zeitreihen von Strom und Spannung aufgenommen werden und mit nachträglicher Rechnung die erforderlichen Werte für (G.38) ermitteln werden.

Der Innenwiderstand R_i nach (G.38) ähnelt symmetrisch dem Regressionskoeffizienten der kleinsten quadratischen Abweichungen für das linearen Modell $u_{LB} = f_{LB}(i)$ eines kurzschlussfreien Lichtbogenprozesses nach (G.36).

Es besteht offensichtlich eine Symmetrie von bestimmten Prozesseigenschaften $u_{LB} = f_{LB}(i,t)$ und Stromquelleneigenschaften $u_{sQ} = f_{sQ}(i,t)$ in der mathematischen Betrachtung, vergl. **Tabelle 1**.

Es soll in Kapitel 6 untersucht werden, wie die letzte Zeile von Tabelle 1, unbekannte Stromquelleneigenschaften und auch kein lineares Gesamtmodell für den dynamischen Schweißprozess, betrachtet werden kann.

Stromquellen- eigenschaften	Prozess- eigenschaften	
$u_{SQ} = f_{SQ}(i,t)$	$u_{LB} = f_{LB}(i,t)$	Betrachtung
Lineares Mo- dell	Lineares Mo- dell	(G.27), (G.19)
Lineares Mo- dell	Kein lineares Modell	(G.30)
Kein lineares	Lineares Mo-	(G.32),
Modell	dell	(G.37)
unbekannt	Kein lineares Gesamtmodell	(ungelöst)

6 Kurzschlussbehaftete dynamisch gespeiste Lichtbogenschweißprozesse

6.1 Die allgemeine Betrachtung

Der allgemeine Ansatz geht von der häufigen realen Gegebenheit bei modernen Schweißstromquellen aus, dass deren detailliertes elektrisches Verhalten von außen nicht mathematisch geschlossen beschreibbar ist, vergl. **Bild 6, Bild 7**. In Tabelle 1 wurde hierfür vereinfacht der Begriff "unbekannt" verwandt, wobei vom stabilen Führen eines Lichtbogenschweißprozesses natürlich ausgegangen wird. Die Betrachtungen von Kapitel 2 sind damit aber nicht anwendbar.

Somit bleibt nur noch der Lichtbogenprozess. Nachdem er für kurzschlussfreie Prozesse in Kapitel 3 mit (G.35) linear modelliert wurde, soll auch für kurzschlussbehaftete Prozesse dies der Ansatz für die Lichtbogenbrennphasen (LBP) sein:

 $u_{LBP}(t) = U_0 + R_{rk} \cdot i(t)$ (G.39).

Für die Kurzschlussphase (KSP) wird ebenfalls vereinfachend ein lineares Modell gewählt, in dem allein von einem konstanten ohmschen Gesamtwiderstand R_{KS} des sich im Kurzschluss mit dem Schmelzbad befindlichen freien Drah-



tendes ausgegangen wird: $u_{KSP}(t) = R_{KS} \cdot i(t)$ (G.40).

Die Leistungsverläufe der Modelle für die beiden Prozessphasen ergeben sich dann mit:

 $P_{LBP}(t) = U_0 \cdot i(t) + R_{rk} \cdot [i(t)]^2$ (G.41), $P_{KSP}(t) = R_{KS} \cdot [i(t)]^2$ (G.42).



Bild 6: Prinzipieller Verlauf eines kurzschlussbehafteten Lichtbogenschweißprozesses geringer dynamischer Stromspeisung mit ausgewählten Bildern des Werkstoffübergangs (ähnlich einer "klassischen" MSG-Schweißstromquelle)



Bild 7: Prinzipieller Verlauf eines kurzschlussbehafteten dynamisch gespeisten Lichtbogenschweißprozesses mit ausgewählten Bildern des Werkstoffübergangs (ähnlich einer modernen energiereduzierten Prozessregelvariante)

Mit Bezeichnung der Zeitanteile der Kurzschlussphase mit t1 und der Lichtbogenbrennphase mit t2 ergibt sich für den Mittelwert der Leistung P_{mod} des derart einfach modellierten Prozesses für einen gesamten Kurzschluss-Lichtbogen-Prozesszyklus:

$$\overline{P}_{\text{mod}} = \frac{R_{KS} \int_{0}^{t_{1}} i^{2} dt + R_{rk} \int_{t_{1}}^{t_{1}+t_{2}} i^{2} dt + U_{0} \int_{t_{1}}^{t_{1}+t_{2}} i dt}{t_{1}+t_{2}}$$
(G.43)

Auf Grund der unterschiedlichen Integrationsgrenzen lässt sich diese Gleichung nicht auf Mittelwerte von Strom und Spannung einer ganzen Prozesszyklusperiode überführen. Selbst wenn die Modellparameter R_{KS} , R_{rk} , U_0 und die Zeiten t1, t2 bekannt wären, der von der Schweißstromquelle gelieferte Stromverlauf i(t) wird in dieser Betrachtung als unbekannt angesehen.

Die Berechnung der mittleren elektrischen Leistung \overline{P} muss also auf korrekte Art aus den gemessenen Zeitreihen erfolgen mit:

$$\overline{P} = \frac{1}{t1+t2} \int_{0}^{t+t2} \left[u(t) \cdot i(t) \right] dt$$
 (G.44).

6.2 Phasenseparierte Betrachtung

Es ist möglich, die Modellparameter für Lichtbogenbrennphase (G.41) und Kurzschlussphase (G.42) separat zu bestimmen.

Zur Berechnung der separierten Mittelwerte sind die Zeitreihendaten X_n der separierten Phase T zu entnehmen und es ergibt sich kalkulatorisch für die Intergrale die Struktur:

$$\overline{X}_{T} = \frac{\sum_{n} \left[X_{n} \mid n \ni T \right]}{\sum_{n} \left[1 \mid n \ni T \right]}$$
(G.45).

Das heißt, die Summe (das Integral) der jeweiligen Daten des Intervalls T wird geteilt durch deren Anzahl (Periodendauer).

In Anlehnung an (G.36) und (G.37) können für die Modellparameter eines linearen Lichtbogenmodells für die Lichtbogenbrennphase wiederum vereinfacht angesetzt werden:



$$R_{mpLBP} = \sqrt{\frac{\tilde{U}_{LBP}^{2} - \bar{U}_{LBP}^{2}}{\tilde{I}_{IBP}^{2} - \bar{I}_{IBP}^{2}}}$$
(G.46),

$$U_{mpLBP} = \overline{U}_{LBP} - \overline{I}_{LBP} \cdot R_{mpLBP}$$
 (G.47).

Eine Anwendung des Ausdrucks (G.37) auch auf die Kurzschlussphase erscheint zunächst naheliegend, da erwartet werden könnte, dass U_{mpKSP} für einen Kurzschluss einfach Null ergibt. Tatsächlich ergäbe aber eine Anwendung äquivalent wie (G.47) auf die Kurzschlussphase auf Grund der Unvollkommenheit des Modells (der Widerstand ist in der Realität nicht konstant) einen Wert ungleich Null. Als Folge des dadurch kompromittierten Modells weicht (G.37) stärker ab und es ist von der Verwendung in der Kurzschlussphase abzuraten.

Die Definition für die Ermittlung des arithmetischen Mittelwertes des Kurzschlusswiderstandes einer Kurzschlussphase t1 ist formal korrekt:

$$\overline{R}_{KS} = \frac{1}{t1} \int_{0}^{t1} \left[\frac{u(t)}{i(t)} \right] dt$$
 (G.48).

Für einen im Modell (G.40) als konstant angenommenen R_{KSP} der Kurzschlussphase wäre über die Leistung und die Effektivwerte (G.16), (G.31) auch der Ansatz möglich:

$$\overline{P}_{KS} = \frac{1}{t1} \int_{0}^{t_{1}} [u(t) \cdot i(t)] dt \qquad (G.49),$$

$$\overline{P}_{KS} = \frac{R_{mpKSP}}{t1} \int_{0}^{t_{1}} [i(t)]^{2} dt = R_{mpKSP} \cdot \tilde{I}^{2} \quad (G.50),$$

$$\overline{P}_{KS} = \tilde{U}_{KSP} \cdot \tilde{I}_{KSP} \qquad (G.51).$$

mit dem Ergebnis:

$$R_{mpKSP} = \frac{\overline{P}_{KSP}}{\overline{I}_{KSP}^{2}}$$
(G.52), bzw.
$$R_{mpKSP} = \frac{\overline{U}_{KSP}}{\overline{I}_{KSP}}$$
(G.53).

Die Gleichungen (G.50) bis (G.53) gelten nur für das sehr einfache Modell mit einem konstanten ohmschen Widerstand während der Kurzschlussphase, was bei deren Anwendung unbedingt berücksichtigt werden muss. Die höchste Genauigkeit ist nur durch Verwendung von (G.48), (G.49) möglich.

Für die Leistung der Lichtbogenphase gilt formal korrekt:

$$\overline{P}_{LBP} = \frac{1}{t2} \int_{t1}^{t1+t2} [u(t) \cdot i(t)] dt \qquad (G.54).$$

6.3 Induktivität im äußeren Schweißstromkreis

Die Gleichungen (G.45) bis (G.54) der phasenseparierten Betrachtung berücksichtigen nicht den Einfluss der zwischen den Punkten der Spannungsmessung und dem Lichtbogenschweißprozess verbleibenden Induktivität L_{K} , vergl. **Bild 8**. Diese Induktivität L_{K} muss kein elektrisches Bauteil im herkömmlichen Sinne sein, sondern wird bereits gebildet durch die unvermeidlichen Magnetfelder um verbleibende Kabel und dem Lichtbogenbereich. Daher wird auch gelegentlich wenig schmeichelhaft von einer "parasitären" Induktivität gesprochen, welche insbesondere bei langen Schweißstromkabeln störend hohe Werte erreichen kann.



Bild 8: Modell einer linearen Schweißstromquelle mit einer den dynamischen Stromverlauf beeinflussenden Induktivität L, sowie einem ohmschen Widerstand R_{K} und der parasitären Induktivität L_{K} zwischen Lichtbogenschweißprozess und den Punkten der Spannungsmessung u(t).

Die Betrachtungen in Kapitel 2.3 zur möglichen Vernachlässigung einer Induktivität bei der Mittelwertbildung gemäß (G.23) bis (G.26) setzen voraus, das der Betrachtungszeitraum durch zwei gleiche Stromwerte $i_2=i_1$ begrenzt werden kann. Bild 6 zeigt aber deutlich, dass dies für einen "klassischen" Kurzlichtbogenschweißprozess in einer phasenseparierten Betrachtung nicht zutrifft: der Wert des Stromes $i_1 \mbox{ am Beginn der Kurzschlussphase ist deutlich höher, als <math display="inline">i_2 \mbox{ am Ende derselben}.$

Es entsteht bei einer derartigen Kurzschlussphase in L_{κ} eine Selbstinduktionsspannungszeitfläche gemäß (G.25) mit positiver Ausrichtung, welche sich zur eigentlichen Kurzschlussspannung addiert. Unter Berücksichtigung des R_{κ} aus (G.29) und (G.30) ergibt sich an den Punkten der Spannungsmessung:

$$u_{KSP}(t) = (R_{KS} + R_K) \cdot i(t) + L_K \cdot \frac{di(t)}{dt}$$
(G.55)

Während einer Kurzschlussphase mit $i_2 > i_1$ werden in der phasenseparierten Betrachtung nach (G.48) bis (G.51) damit der mittlere Kurzschlusswiderstand und auch die mittlere Leistung scheinbar zu hoch bestimmt. Für die Lichtbogenphase mit $i_2 < i_1$ ergibt sich das gegenteilige Verhalten.

Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einem zusätzlichen Blindwiderstand (bzw. Blindleistung), welche sich dem Wirkwiderstand (bzw. Wirkleistung) vektoriell zum komplexen Scheinwiderstand (bzw. Scheinleistung) hinzugesellen. In Verbindung mit einem zeitlich nichtlinearen Prozessverhalten (Kurzschluss/Lichtbogen) und einem unsymmetrischen Beobachtungsfenster (i₂ ungleich i₁) erfordert der Umgang mit dieser Thematik entsprechendes elektrotechnisches Grundlagenwissen, um die dabei möglichen Effekte richtig bewerten zu können.

Diese Aussagen gelten im Übrigen für sämtliche stromdynamischen Schweißprozesse, für die eine ähnliche Art der phasenseparierten Betrachtung angestellt werden kann, z.B. auch für das Impulsschweißen.

7 Zusammenfassung

Die bisher übliche Leistungsbestimmung kurzschlussbehafteter dynamischer Lichtbogenschweißprozesse mit den arithmetischen Mittelwerten von Spannung und Strom $\overline{P} \approx \overline{U} \cdot \overline{I}$ bei Verwendung "klassischer" MSG-Schweißstromquellen, welche gekennzeichnet sind von einer nur geringen Abhängigkeit der mittleren Ausgangsspannung vom mittleren Ausgangsstrom ("Constant Voltage"-Verhalten), weist einen vom Schweißstrom abhängigen systematischen Fehler \overline{P}_{res} auf, welcher einschätzbar ist mit:

$$\overline{P}_{res} = -R_i \left(\tilde{I}^2 - \overline{I}^2 \right) - R_K \cdot \tilde{I}^2 ,$$
vergl. (G.30).

Die bestimmenden Größen sind hierbei:

- die Kennlinienneigung (bzw. der zumindest ersatzweise ansetzbare ohmsche Innenwiderstand) R_i der Schweißstromquelle,
- der Widerstand R_{K} der Schweißkabel zwischen den Spannungsmesspunkten und dem Lichtbogenbereich,
- vom Schweißstrom der arithmetische Mittelwert \overline{I} und der quadratische Mittelwert (Effektivwert) \tilde{I} .

Der Betrag dieses systematischen Fehlers ist umso größer, je höher der Schweißstrom ist und je stärker die Stromdynamik des betrachteten Schweißprozesses zu einer Vergrößerung des Terms $(\tilde{I}^2 - \bar{I}^2)$ führt.

Für kurzschlussbehaftete dynamische Lichtbogenschweißprozesse, welche von modernen geregelten Schweißstromquellen gespeist werden, führt eine Betrachtung hinsichtlich einfach zu ermittelnder Kennwerte zu einer so hohen Komplexität, dass der einfachste Weg tatsächlich eine korrekte integrale Berechnung der Leistung am Messpunkt ist:

$$\overline{P} = \frac{1}{t^{1+t^{2}}} \int_{0}^{t^{1+t^{2}}} \left[u(t) \cdot i(t) \right] dt ,$$
vergl. (G.44).

Für kurzschlussfreie dynamische Lichtbogenschweißprozesse wird auf [1] verwiesen mit der Näherungsbeziehung:

$$\overline{P} \approx \overline{U} \cdot \overline{I} + \sqrt{\left(\tilde{U}^2 - \overline{U}^2\right) \cdot \left(\tilde{I}^2 - \overline{I}^2\right)},$$
vergl. (G.32).

In Abhängigkeit vom Messpunkt ist auch für (G.44) und (G.32) mit $R_i=0$ auf das Residuum der Leistungsbestimmung von (G.30) zu achten.

Bezüglich der phasenseparierten Betrachtung dynamischer Lichtbogenschweißprozesse wur-





den im Kapitel 6 ausgewählte Überlegungen und Hinweise dargelegt.

8 Literatur

Diese Fachdokumentation wurde erstmalig veröffentlicht durch: B. Jaeschke, J. Kruscha: Leistungs- und Modellparameter kurzschlussbehafteter Lichtbogenprozesse. Fachzeitschrift "Schweißen und Schneiden" 67 (2015), Heft 11, S. 674ff. DVS-Verlag, Düsseldorf 2015. Das vorliegende Dokument wurde überarbeitet und um (G.56) bis (G.60) ergänzt.

Weitere Literaturstellen:

[1] B. Jaeschke, J. Kruscha: Leistungs- und Modellparameter kurzschlussfreier Lichtbogenprozesse. Fachzeitschrift "Schweißen und Schneiden" 65 (2013), Heft 9, S. 616ff. DVS-Verlag, Düsseldorf 2013.

Siehe hierzu auch:

Y00.0060.0-00, Nutzung von Mittelwerten und Effektivwerten zur elektrischen Modellparameter- und Leistungsbestimmung von überwiegend kurzschlussfreien dynamischen Lichtbogenschweißprozessen

[2] B. Jaeschke, W. Ernst, M. Luritzhofer: Verringerung von Fehlern bei der werkstoffspezifischen Bestimmung von Streckenenergie und Wärmeeinbringung moderner Lichtbogenschweißprozesse. DVS-Berichte Band 296, DVS Congress 2013, S. 302 ff. DVS Media, Düsseldorf 2013.

Siehe hierzu auch:

Y00.0050.0-00, Verringerung von Fehlern bei der werkstoffspezifischen Bestimmung von Streckenenergie und Wärmeeinbringung moderner Lichtbogenschweißprozesse.